

Eesti koolinoorte LXI täppisteaduste olümpiaad

MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 4. detsembril 2013. a.

X klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Algaja hüpnootiseerija peab oma talus lehmi ja lambaid. Tema katsete tulemusena arvavad 15% lammastest, et nad on lehmad ning 10% lehmi arvavad, et nad on lambad. Kokku 55% talu lammastest ja lehmadest arvavad, et nad on lambad. Mitu protsenti talu loomadest on tegelikult lambad?
2. Leia parameetri m sellised väärtused, et ruutvõrrandi $4x^2 - 195x + m^2 = 0$ üks lahend oleks teise lahendi ruut.
3. Tõesta, et kuuekohaline arv $N = \overline{x2014y}$ ei jagu arvuga 2013 mistahes numbrite x ja y väärtuste korral.
4. Kahe ringjoone ühine kõõl on ühe ringjoone sisse kujundatud võrdkülgse kolmnurga küljeks ning teise ringjoone sisse kujundatud korrapärase kuusnurga küljeks. Leia ringjoonte keskpunktide vaheline kaugus, kui kuusnurga külg on 10 cm.
5. Laua peal on 2013 kommi. Jüri ja Kevin võtavad kordamööda laua pealt komme. Ühe võtmisega võib võtta 1 kuni 10 kommi (1, 2, 3, ..., 9 või 10 kommi). Jüri ja Kevin leppisid kokku, et viimase kommi võtja saab kõik kommid endale. Kes saab kommid endale, kui Jüri võtab komme esimesena, ning nad mõlemad mängivad parimal võimalikul moel?